第4回
放射輸送の基礎

東京大学教養学部前期課程
2019年度Sセメスター　宇宙科学II
松原英雄（JAXA宇宙研）

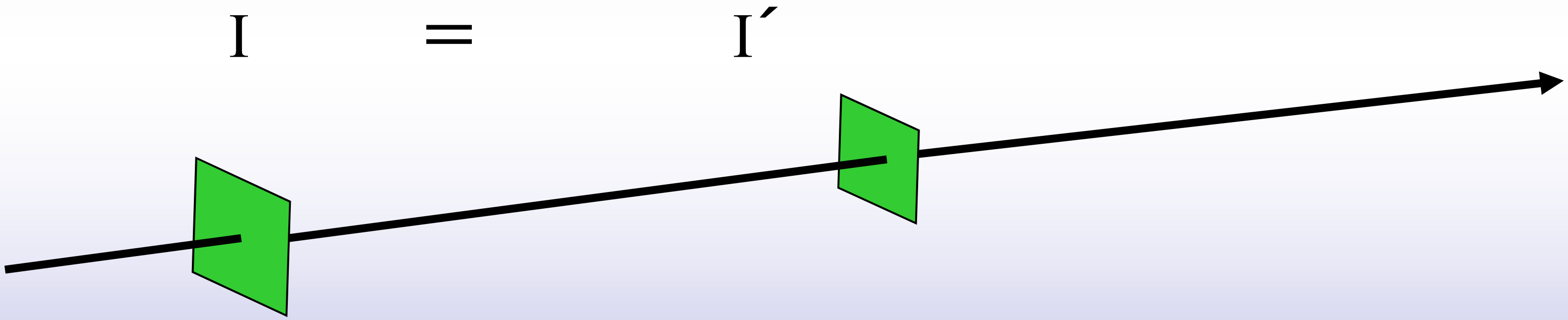
今回の目標

- 放射強度って何？
- 放射流束って何？
  - 単に定義を覚える、だけでなくその直感的な意味を理解しましょう。
- 放射輸送とは？
  - 物質があると、電磁波はそれによって吸収されたり、物質からの自発的な放射により増加したりします。
  - 放射強度はそれによってどうかわるのか、を理解しましょう。

「放射」は、「輻射」ということもあります（古い用語）。

輻射強度不変の法則

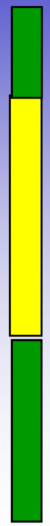
「天体輻射論I／恒星物理学特論IV」 東京大学(学部／大学院)
中田好一先生講義資料
http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/kisohp/STAFF/nakada/intro-j.html



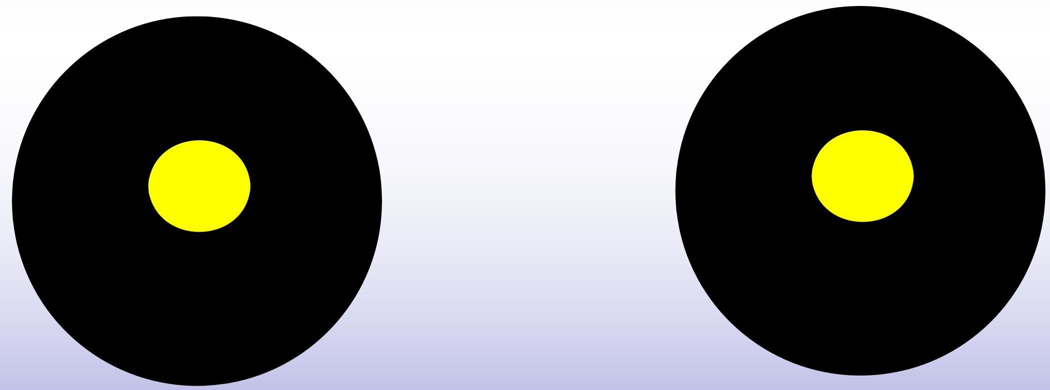
吸収や散乱の無い時、輻射強度 I は距離によって変化しない。

左の黄色の壁を色々な距離に置いた筒を通して覗いてみます。

「天体輻射論I／恒星物理学特論IV」 東京大学（学部／大学院）
中田好一先生講義資料
http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/kisohp/STAFF/nakada/intro-j.html



Ａ　　　　　　　　　Ｂ



Ａ点から見た壁　　　　　　Ｂ点から見た壁

手元の紙で筒を作り、壁を覗いて下さい。歩いて壁に近づいた時に壁の明るさがどう変わりますか？

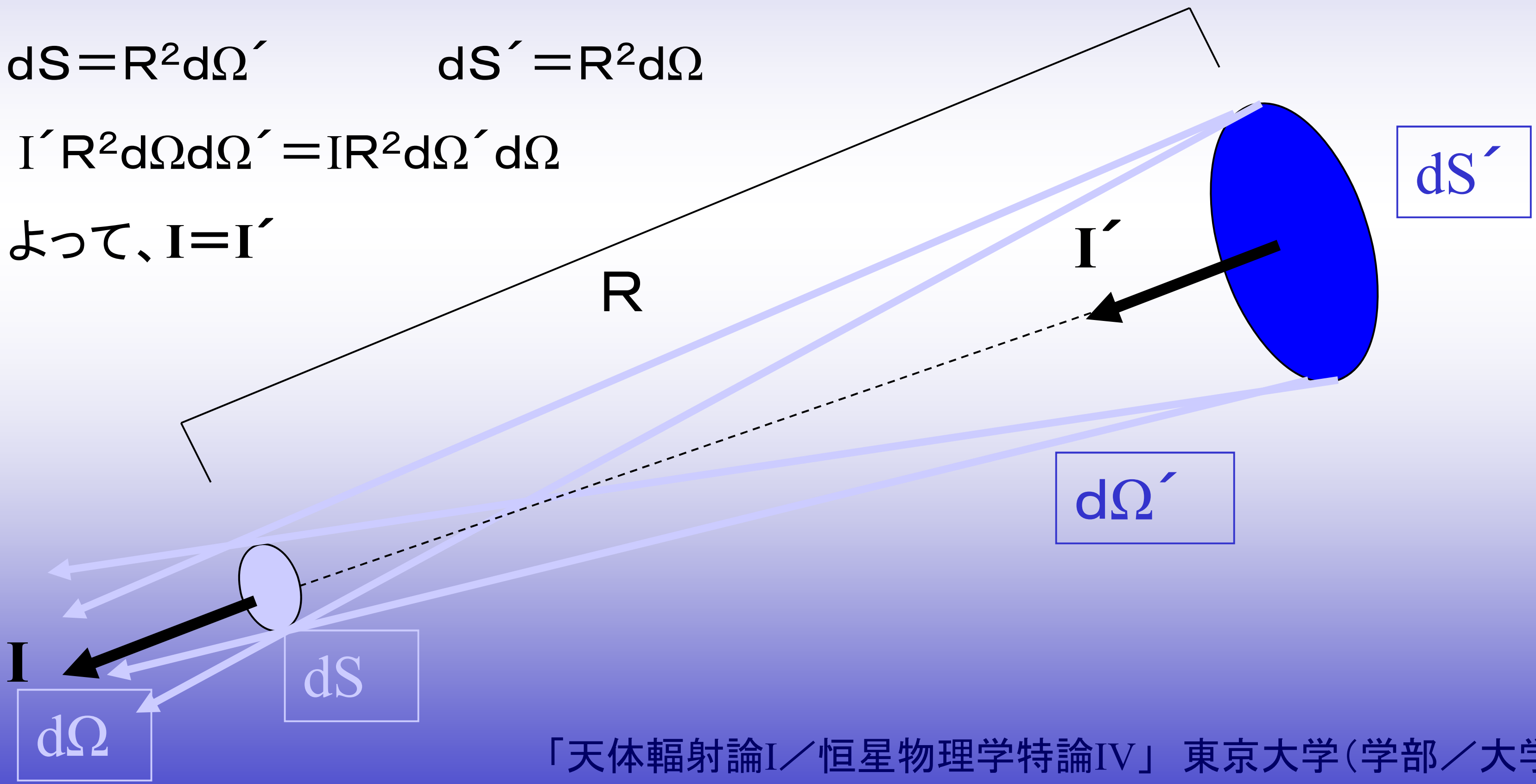
dS´から輻射強度I´、立体角dΩ´で放射した光がR離れたdSを輻射強度I´、立体角dΩで通過する。

$dE = I' dS' d\Omega' = I dS d\Omega$

$dS = R^2 d\Omega'$　　　　$dS' = R^2 d\Omega$

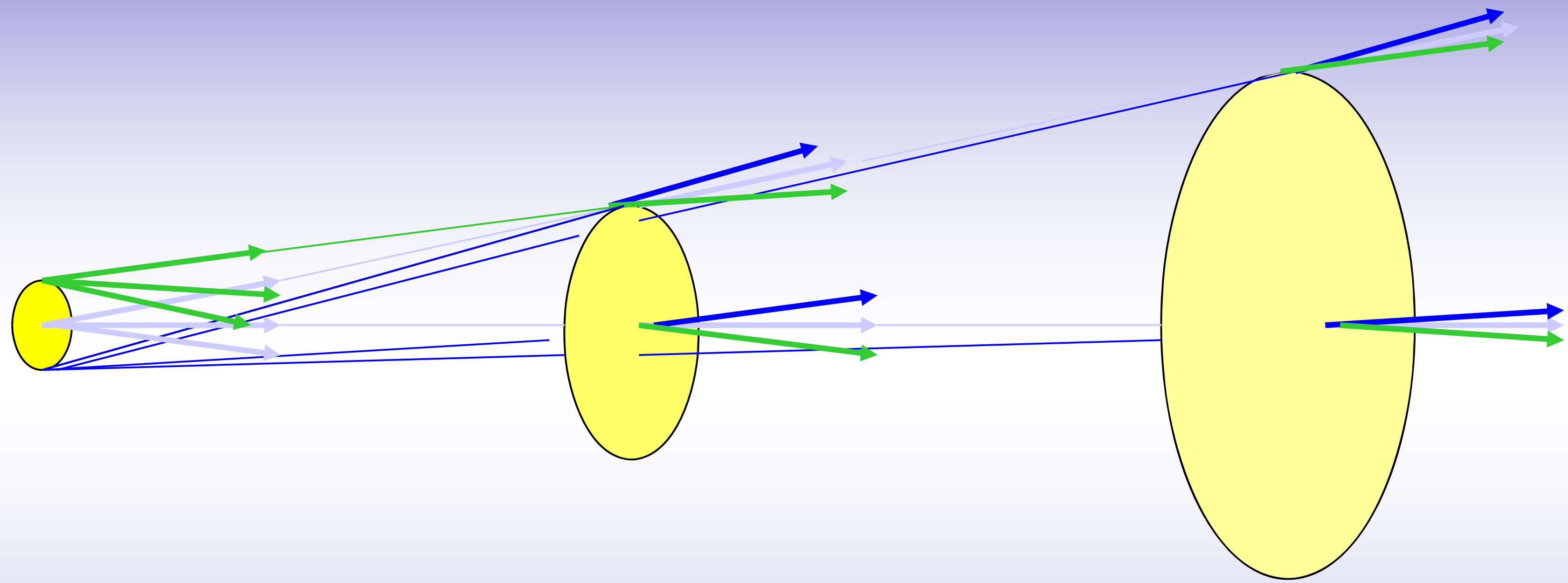
$I' R^2 d\Omega d\Omega' = I R^2 d\Omega' d\Omega$

よって、$\mathbf{I = I'}$



「天体輻射論I／恒星物理学特論IV」 東京大学（学部／大学院）
中田好一先生講義資料
http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/kisohp/STAFF/nakada/intro-j.html

もう少し詳しく光線の広がり具合を観察すると、



S

Ω

$S_1 = X_1^2 \Omega$

$\Omega_1 = S / X_1^2$

$S_2 = X_2^2 \Omega$

$\Omega_2 = S / X_2^2$

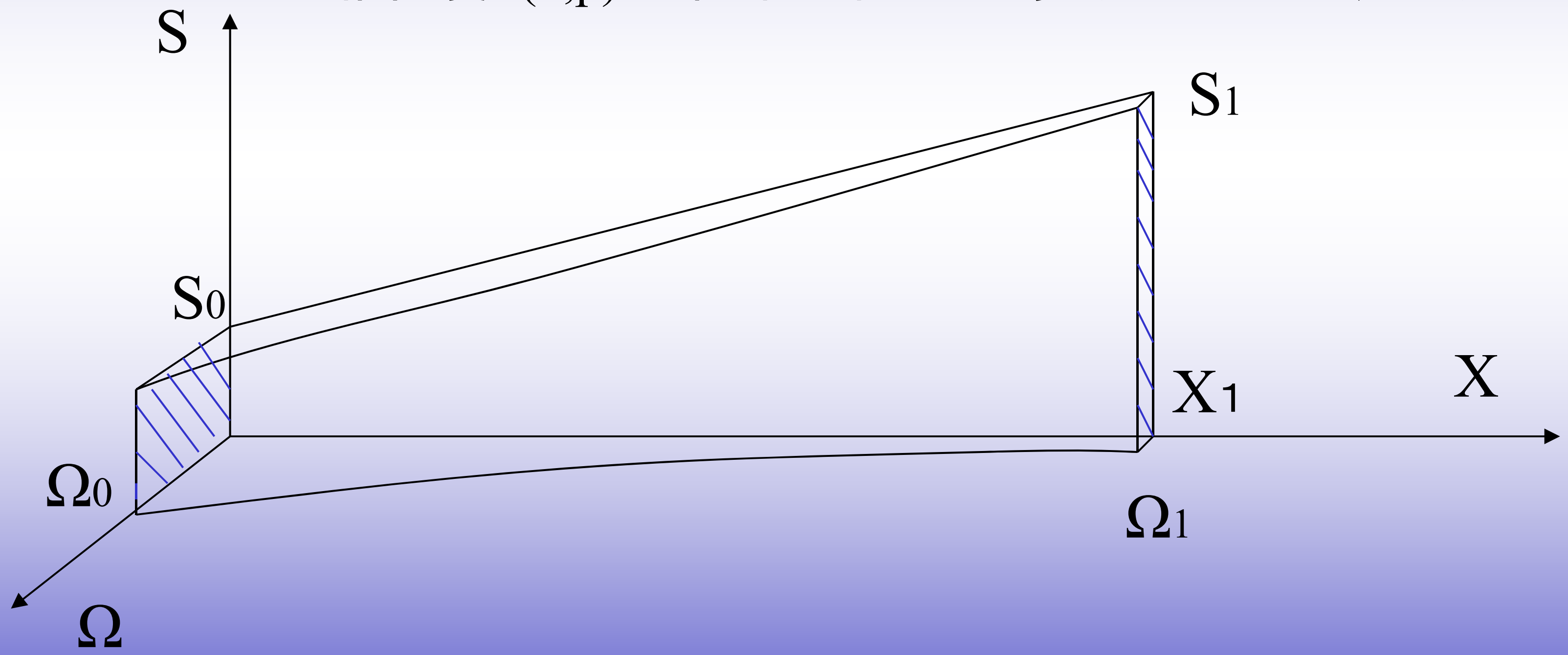
「天体輻射論I／恒星物理学特論IV」 東京大学（学部／大学院）
中田好一先生講義資料
http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/kisohp/STAFF/nakada/intro-j.html

輻射強度一定の法則とLiouvilleの定理

SをΩで出た光子の集団の運動を、位置(X、S)と運動量(P, Ω)の位相空間の中で考える。

実空間(S)で広がる。 ⇔ 運動量空間(Ω)で絞られる。(SΩ＝一定)

位相密度 f(x,p) は経路に沿って不変(Liouvilleの定理)



「天体輻射論I／恒星物理学特論IV」 東京大学(学部／大学院)
中田好一先生講義資料
http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/kisohp/STAFF/nakada/intro-j.html

放射輸送の式(1)

- 自発放出係数　j_ν
  - 単位時間・単位体積・単位立体角あたりに放出されるエネルギー

$$dE = j_\nu dV d\Omega dt d\nu \qquad (4.20)$$

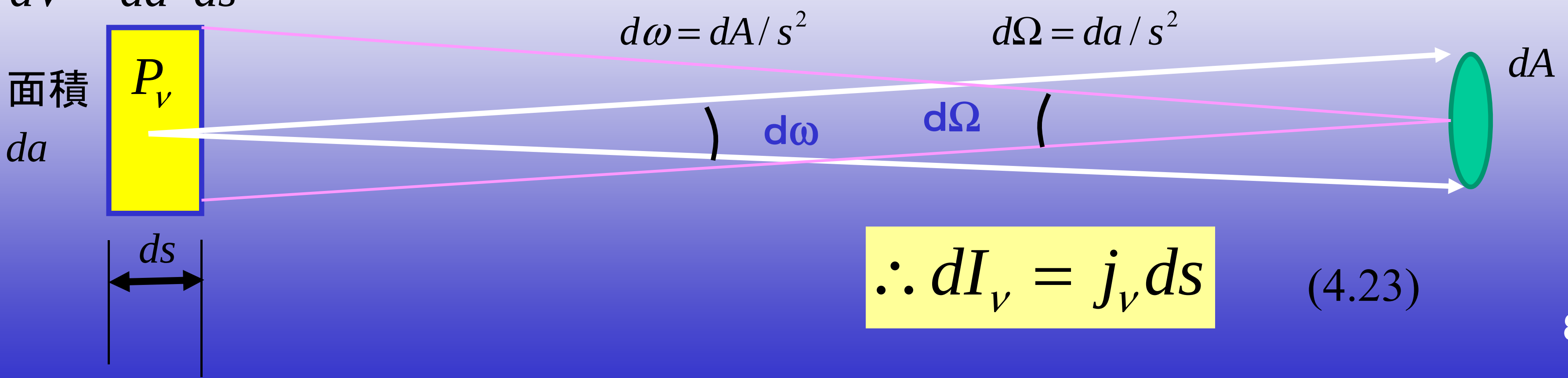
  - 体積放射率　P_ν

$$j_\nu = P_\nu / 4\pi \qquad (4.21)$$

- 放射された光子による放射強度の増分
  - ➢ dAを通過するエネルギー＝dωに放射されたエネルギーと考えて

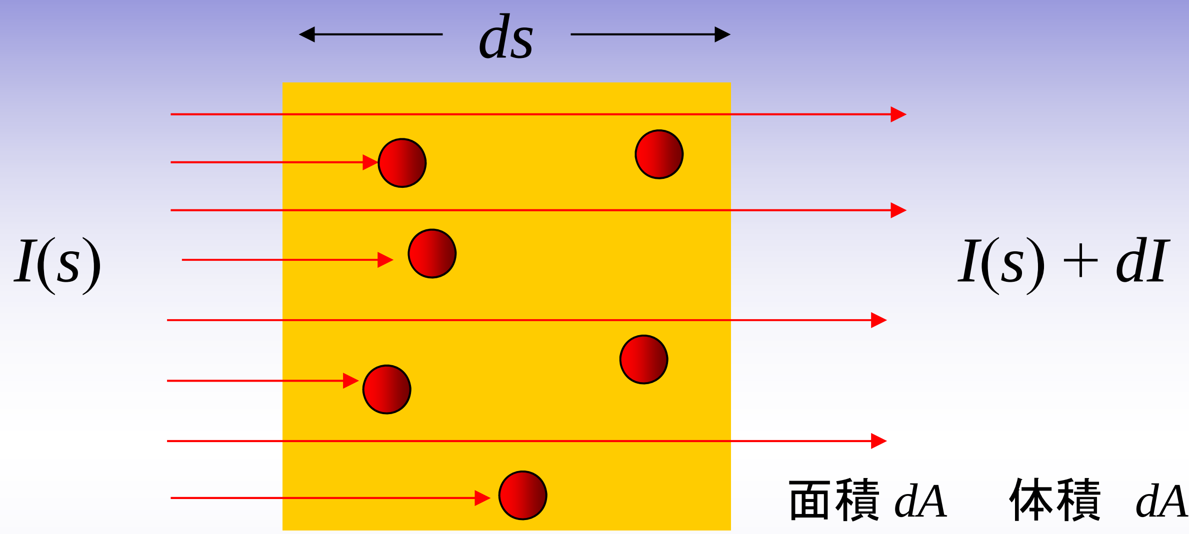
$$dI_\nu dA d\Omega = P_\nu dV \frac{d\omega}{4\pi} = \left(\frac{P_\nu}{4\pi}\right) ds\, da \frac{dA}{s^2} = j_\nu ds\, d\Omega\, dA$$

$$dV = da \cdot ds$$



$$\therefore dI_\nu = j_\nu ds \qquad (4.23)$$

放射輸送の式(2)



面積 dA　体積 $dA \cdot ds$

n＝吸収体の数密度[m^{-3}]　ρ＝質量密度　[kg/m^3]

σ＝吸収断面積　[m^2]

吸収係数 [m^{-1}]　$\alpha = n\sigma$　　　$\alpha = \rho\kappa$ (κ＝質量吸収係数)

領域内の全吸収面積は$n\sigma \cdot dA \cdot ds$

$$-dI_\nu \cdot dA \cdot d\Omega = I_\nu (n\sigma_\nu \cdot dA \cdot ds) d\Omega$$

$$dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu ds \tag{4.24}$$

放射輸送の式(3)

- (4.23)と(4.24)から

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + j_\nu \qquad (4.26)$$

  - 光学的厚み　optical depth

$$d\tau_\nu \equiv \alpha_\nu ds \qquad (4.27)$$

  - 源泉関数 source function

$$S_\nu \equiv j_\nu / \alpha_\nu \qquad (4.28)$$

- (4.24)の一般解:

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0) e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} e^{-(\tau_\nu - \tau'_\nu)} S_\nu(\tau'_\nu) d\tau'_\nu \qquad (4.29)$$

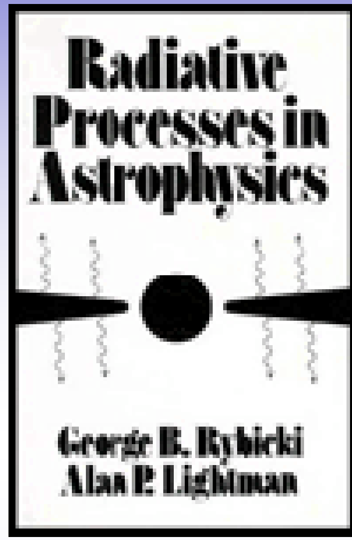
参考書について

- **Radiative Processes in Astrophysics**
  - George B. Rybicki, Alan P. Lightman

    ISBN13: 978-0471827597
    ISBN10: 0471827592

    Edition/Copyright: 79
    Cover: Paperback
    Publisher: John Wiley & Sons, Inc.
    Published: 01/28/1991

    理学部の図書館やアマゾンでさがしてみてください。



- 「星間物理学」 小暮智一　著 （ごとう書房）　 1994初版
  - 第3章「放射過程」 （6ページぐらいです）

第4回の問題

問4－1. 等方的放射場を閉じ込めた箱で壁が受ける放射圧

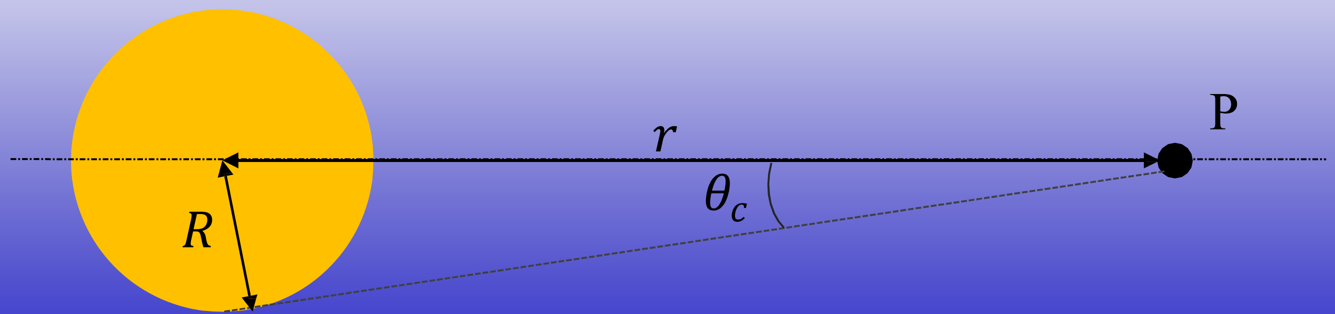
$$p_\nu = \frac{2}{c}\int_{2\pi} I_\nu \cos^2\theta d\Omega = \frac{2}{c}\int_0^{\pi/2} I_\nu \cos^2\theta \left(2\pi \sin\theta d\theta\right)$$

と、放射エネルギー密度u_νとの以下の関係を示せ。

$$p_\nu = u_\nu / 3 \qquad (4.15)$$

問4－2. 一様な明るさ（放射強度B）で半径Rの球体の中心から距離rの点Pにおける放射流束$F(r)$は、以下の(4.16)式で与えられることを示せ。

$$F(r) = \pi B \left(\frac{R}{r}\right)^2 \qquad (4\text{-}16)$$



$$\theta_c = \sin^{-1}\frac{R}{r}$$